

Modelo Analítico Para el Análisis No Lineal de Paredes de Bloque de Concreto

Resumen—

Se presenta el estudio de un método de modelado matemático para predecir el comportamiento no lineal de paredes de mampostería de bloque de concreto reforzado integralmente con celdas parcialmente llenas. El modelo adoptado es una modificación del Multiple Vertical Line Element Model (MVLEM) propuesto inicialmente por Vulcano, Bertero y Colotti (1988), en el que se acoplan las respuestas axiales y cortantes de la pared mediante la introducción de elementos uniaxiales con características de paneles, que a su vez son regidos por la Modified Compression Field Theory (MCFT) propuesta por Vecchio y Collins (1986). La solución no lineal utiliza un procedimiento iterativo que busca satisfacer el equilibrio estático de la pared modelada. Este enfoque ha mostrado tener buenos resultados para predecir la respuesta no lineal de paredes de concreto reforzado y otros tipos de mampostería. En este estudio, el modelo ha permitido predecir la respuesta de las paredes con las que fue comparado con aceptable precisión; sin embargo, debido a los distintos mecanismos de deformación y distribución de esfuerzos que predominan en este tipo de elementos cuando el largo de la pared es mayor que su altura, dicha precisión decae cuanto menor es la relación de aspecto de la pared.

Díaz, R.; Figueroa, W.; Gómez, R.; y Ramos, J.
Departamento de Mecánica Estructural, Universidad Centroamericana “José Simeón Cañas”, El Salvador
jramos@uca.edu.sv

Índice de términos— Análisis No Lineal, Mampostería, Modelo Matemático, Interacción Flexión-Cortante, Bloque de concreto.

I. INTRODUCCIÓN

La mampostería de bloque de concreto reforzado es un sistema constructivo ampliamente usado en viviendas ubicadas en zonas con alta intensidad sísmica, esto debido a que la introducción de acero de refuerzo en las unidades huecas de bloque de concreto provee al sistema de una adecuada resistencia lateral y ductilidad ante cargas laterales. Este sistema fue introducido en El Salvador hace más de 50 años y desde entonces su empleo es muy común en las construcciones, debido a la rapidez de ejecución en los procesos constructivos, además, que la producción industrializada del bloque permite cubrir grandes demandas. Por otro lado, también ha demostrado ser un sistema resistente al fuego, con excelentes características aislantes del sonido y temperatura [1].

Los componentes habituales de la mampostería de bloque de concreto reforzado son: bloques huecos de concreto, mortero de pega entre las unidades, concreto fluido (grout) en los huecos de los bloques, y acero de refuerzo, tanto vertical como horizontal. En las paredes de viviendas de bloque de concreto, el acero de refuerzo vertical es colocado dentro de los agujeros del bloque y el refuerzo horizontal en bloque solera o en sisa. Es una práctica común no llenar todas las celdas de los bloques con concreto fluido, sino solo aquellas que tienen acero en su interior. En El Salvador, las características de diseño con este sistema constructivo están dados, para el caso más simplificado, por la Norma Especial para Diseño y Construcción de Viviendas (NEDCV-2004).

Aunque existen varios métodos de análisis estructural, el procedimiento comúnmente adoptado por la mayoría de diseñadores es el método estático lineal, el cual se basa en la teoría elástica de resistencia de materiales. Sin embargo, se sabe que los materiales dúctiles no fallan sino hasta presentar deformaciones mucho mayores que las correspondientes a su máxima deformación lineal. Algunos autores califican este método de diseño como un derroche, económica y estructuralmente, puesto que se desperdicia una gran capacidad que podría aprovecharse estudiando el comportamiento no lineal del material.

Para realizar un análisis simplificado no lineal, es común la generación y utilización de una curva de capacidad ("pushover"), que relaciona el desplazamiento lateral de la estructura con la fuerza aplicada. A partir de ella, se puede determinar la capacidad que será requerida de una estructura ante una determinada sollicitación lateral. Se logra así una optimización de recursos económicos y estructurales, al permitir la disipación de la energía introducida por un terremoto mediante deformaciones inelásticas. Para la obtención de una curva de capacidad ("pushover"), se suelen utilizar correlaciones empíricas generadas a partir de resultados experimentales, ya que las leyes de la teoría elástica de resistencia de materiales pierden su validez una vez las cargas provocan que los materiales excedan su límite elástico.

En la búsqueda de predecir el comportamiento no lineal de paredes estructurales, se han desarrollado modelos que, a través de una discretización geométrica detallada de sus elementos constituyentes, reproducen tanto el comportamiento global del elemento como efectos locales. La

técnica de mayor aceptación y uso en este tipo de modelado es el método de los elementos finitos [2]. Sin embargo, aparte de la complejidad que conlleva el estudio de los diferentes mecanismos de deformación, y la carencia de modelos confiables que predigan el comportamiento de los materiales, este tipo de enfoques requiere de una gran demanda computacional para poder ser ejecutados. Debido a este inconveniente, han sido desarrollados modelos analíticos simplificados que buscan reproducir el comportamiento global del elemento estructural, pero obviando los efectos locales de los elementos estructurales analizados. Gran parte de estos modelos simplificados, también llamados macro-modelos, por simplicidad consideran desacoplados los efectos que generan los esfuerzos de corte y los de esfuerzos de flexión. Esta simplificación es particularmente útil en estructuras esbeltas, como en edificios altos a base de marcos, en los que las paredes tienen una función rigidizadora. Algunos modelos importantes desarrollados en las últimas décadas incluyen el “Elemento Viga-Columna”; el “Three Vertical Element Model (TVLEM)”, propuesto por Kabeyasawa et al. (1983) [3] y el “Multiple Vertical Element Model (MVLEM)”, propuesto por Vulcano, Bertero y Colotti (1988) [4]. El MVLEM, propuesto como una modificación al TVLEM, se define como una idealización de un elemento con dos placas infinitamente rígidas en los extremos inferior y superior, y con varias fibras verticales uniéndolos entre sí. Las dos uniaxiales verticales representan, mediante resortes, tanto la rigidez axial de los elementos confinantes y de la misma pared como la rigidez a flexión de la pared, mientras el resorte horizontal ubicado en la fibra central representa la rigidez a corte de la pared. A pesar de que las placas superior e inferior son infinitamente rígidas, el

resultado es parecido al de aquellos modelos que utilizan configuraciones de resortes más complejas.

A pesar del éxito conseguido al modelar el comportamiento de las paredes separando las acciones de corte y de flexión, la predicción del comportamiento cuando los esfuerzos de corte son muy altos seguía siendo imprecisa. Al buscar aplicar este método a situaciones comunes en El Salvador, en las que las características del sistema constructivo, común en viviendas de uno o dos niveles, conllevan a importantes deformaciones debido a corte, la simplificación puede llevar a sub-estimaciones de los esfuerzos de corte del elemento (y por lo tanto, sobre-estimaciones de su resistencia), así como a errores generales de precisión en los resultados del análisis. Así, se ha observado durante ensayos de laboratorio que la presencia de esfuerzos de flexión al mismo tiempo que se generan los esfuerzos de corte, puede aumentar sensiblemente los esfuerzos de corte que se generan en el elemento [5]. Por esta razón fue necesario crear modelos que considerasen los efectos acoplados de flexión y corte desde un inicio, para modelar con mayor precisión el comportamiento de esas paredes no-esbeltas.

Este estudio presenta un macro-modelo que parte como una modificación al MVLEM, según lo propuesto por Colotti (1993, 2001) [6, 7], al sustituir las fibras verticales con elementos con características de panel rígidas por la ampliamente aceptada “Modified Compression Field Theory (MCFT)”, propuesta por Vecchio y Collins (1986) [8].

II. EL MODELO ANALÍTICO

A. Descripción del modelo base MVLEM

El MVLEM es un modelo bidimensional basado en fibras, en el que un resorte horizontal con rigidez Kh simula el comportamiento ante efectos de corte del elemento pared. La respuesta a flexión se simula a partir de una serie de elementos uniaxiales verticales, de manera que entre más elementos (fibras) se utilicen, se alcanza una mejor precisión en la predicción del modelo. Las fibras están conectadas a dos vigas con rigidez infinita, una superior y otra inferior, que funcionan como elementos de contorno de la pared y como plano de deformación de los resortes verticales (fig. 1). Por lo general, las dos fibras externas representan las propiedades de los elementos que confinan a la pared (e.g., columnas), mientras que los elementos uniaxiales interiores representan las rigideces axiales y de flexión del panel central (o pared propiamente dicha).

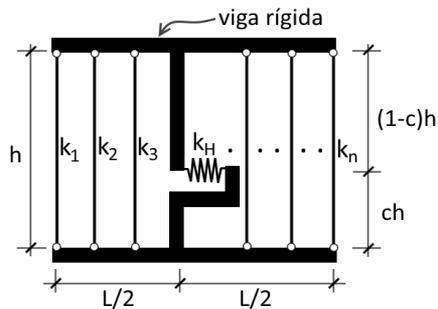


Fig. 1 MVLEM en su propuesta original por Vulcano et al. (1988). Adaptado de Kolozvari [2013: p. 48].

La rotación relativa debido a flexión entre el extremo superior y el extremo inferior es representada mediante el giro alrededor de un eje situado sobre la fibra central de rigidez infinita (fig. 1),

ubicado a una altura ch medida a partir del extremo inferior del elemento, en el que “ c ” corresponde al centro de rotación del elemento. Geométricamente, el centro de rotación se define como el punto en el que se puede concentrar el giro del elemento, de tal manera que su desplazamiento transversal debido a la flexión (fig. 2a) sea equivalente a aquel asociado con el desplazamiento de cuerpo rígido del elemento resultante de esta rotación (fig. 2b). Un valor apropiado de este parámetro “ c ” puede ser adoptado de acuerdo a la distribución de curvatura esperada [9, 10].

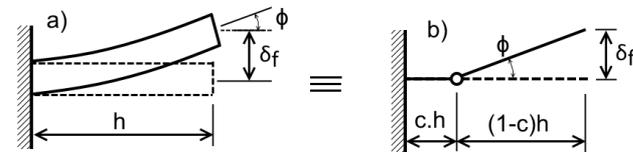


Fig. 2 Definición del centro de rotación. Adaptado de Orakçal, Massone, Wallace [2006: p. 163].

Este estudio utiliza valores de $c=0.33$ y 0.1 , representando conceptualmente paredes no agrietadas y en el rango elástico, ensayadas bajo la condición de voladizo (rotación libre) y rotación restringida en ambos extremos, respectivamente.

Se tiene entonces que el desplazamiento lateral total del elemento es igual a la suma del desplazamiento del modelo a flexión y el desplazamiento del modelo debido al corte (fig. 3). La respuesta a flexión del elemento es modelada mediante resortes verticales, cuyo comportamiento se determina a partir de sus deformaciones axiales generadas debido a la rotación del elemento a la altura ch . Por su parte, el comportamiento del resorte horizontal se determina a partir de la relación esfuerzo-deformación a corte del elemento. De esta manera,

debido a que las respuestas por flexión y por cortante se calculan por separado, se dice que estas respuestas están inicialmente desacopladas.

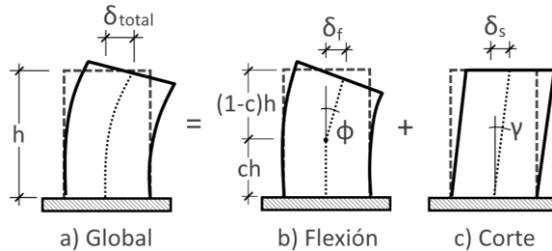


Fig. 3 Mecanismo de deformación descrito por el MVLEM. Adaptado de Colotti [2001: p. 41].

B. Incorporación de la interacción flexión-cortante de una pared en el MVLEM

Para tomar en cuenta la interacción flexión-cortante, se modifica el modelo MVLEM mediante la sustitución de las fibras uniaxiales utilizadas para modelar la respuesta axial, de flexión y de corte por separado, por paneles sujetos a la combinación de estas tres (fig. 4). El comportamiento de estos paneles es calculado de acuerdo al MCFT, obteniendo así las deformaciones por flexión, por cortante y axiales en las direcciones vertical y horizontal de la pared, según lo propuesto por Colotti (1993) [6], y estudiada con mayor detalle por Petrangeli et al. (1999) [11], Orakçal, Massone y Wallace (2004) [9] y por Kolozvari (2013) [12], entre otros.

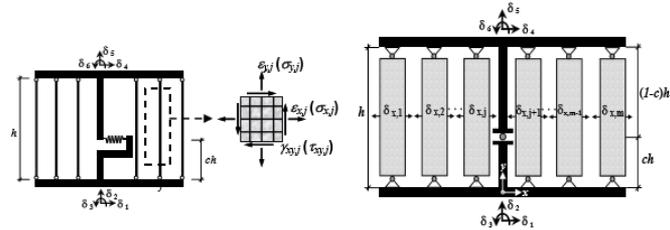


Fig. 4 Modificación propuesta al MVLEM. Adaptado de Kolozvari [2013: p.51].

Con el fin de simplificar el complejo comportamiento observado en paredes, en la formulación del modelo se siguen las siguientes suposiciones [7]:

- Se suponen condiciones de esfuerzo y deformación constantes para cada uno de los paneles.
- Las condiciones de compatibilidad y equilibrio en cada panel están reguladas por las leyes cinemáticas del MCFT.
- Se supone como válida la hipótesis Bernoulli-Navier, en la que existe una distribución lineal de deformaciones longitudinales a lo largo de la sección transversal de la pared, tanto en el rango elástico como en el plástico [13].
- La deformación en el plano de la pared debido a la deformación inelástica después del agrietamiento se supone uniforme en toda la altura de la pared.
- Solamente los componentes de deformación axial y por cortante serán tomados en cuenta.

La distribución lineal de las deformaciones por corte en toda la longitud de la pared no conlleva a errores significativos en el caso de las paredes esbeltas, en las que el desplazamiento lateral es principalmente debido a la flexión. Sin embargo, esta misma suposición en paredes cuya altura es corta en relación a su longitud (relación de aspecto menor a 1) puede conducir a errores relativamente grandes, debido a la presencia de diferentes mecanismos de deformación (e.g. alabeo o torsión) o de transferencia de cargas, que producirían una no-uniformidad en los esfuerzos y las deformaciones a lo largo de la pared. Massone et al. (2006) [14] demostraron que estas suposiciones son razonables para paredes con relaciones de aspecto mayores a 1.

Las deformaciones en cada panel se estiman a partir de la formulación geométrica y cinemática del MVLEM, en función de las 4 componentes de desplazamientos mostrados en la figura 5 (u , v , ϕ , δ). En ella, u representa la deformación axial en la dirección x debido a los esfuerzos en ese sentido; v representa la deformación axial en la dirección y debido a los esfuerzos en ese sentido, ϕ representa la rotación relativa entre la placa rígida superior e inferior del modelo, y δ representa el desplazamiento lateral total de la pared.

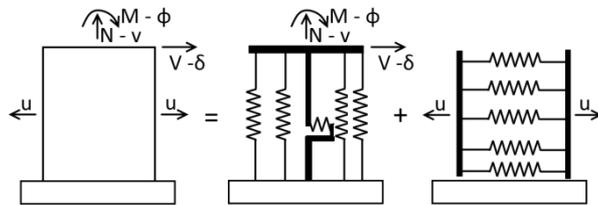


Fig. 5 Componentes de fuerzas y desplazamientos equivalentes en una pared de mampostería. Tomado de Colotti [2001: p. 41].

De esta manera, las deformaciones de cada panel se calculan para cada panel dado un desplazamiento lateral δ , y suponiendo los valores de u , v , ϕ . Dado que la deformación unitaria en la dirección y (ϵ_y) depende tanto del desplazamiento axial v en esa dirección como de la rotación relativa de la placa superior respecto a la inferior (ϕ), se tiene una deformación distinta para cada panel i ($\epsilon_{y,i}$), dependiendo de su posición x_i . En contraste, la deformación unitaria en la dirección x (ϵ_x) se mantiene constante para cada panel debido a que solamente depende del desplazamiento en esa dirección debido a los esfuerzos que actúan sobre ese eje. Las siguientes expresiones permiten calcular las deformaciones unitarias promedio de cada panel:

$$\epsilon_{y,i} = \frac{(v - \phi x_i)}{h} \quad (\text{Ec. 1})$$

$$\epsilon_x = \frac{u}{l} \quad (\text{Ec. 2})$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\delta}{h} - \phi(1 - c) \quad (\text{Ec. 3})$$

El ángulo de inclinación del plano de deformaciones principales con respecto a la dirección x , α , puede ser deducido entonces a partir del círculo de Mohr como se presenta en la ecuación 4. Dado que este depende de la distorsión angular tanto como de las deformaciones unitarias en la dirección x e y , este ángulo será también distinto para cada panel i . De esta manera se llega a la siguiente ecuación:

$$\tan(2\alpha_i) = \frac{\gamma_{xy}}{\epsilon_{y,i} - \epsilon_x} \quad (\text{Ec. 4})$$

Además, al evaluar las fuerzas internas en función de los esfuerzos en coordenadas x-y para el conjunto de paneles y resorte horizontal KH se llega a las condiciones de equilibrio estático mostradas en las ecuaciones 5-7. En ellas, N se define como la carga normal aplicada en la dirección y; M se define como el momento flector externo actuante; V se define como el esfuerzo cortante que actúa en la dirección paralela al plano de la pared (fig. 5). Además, para evaluar el esfuerzo cortante se hace uso del factor de forma χ que modifica al área axial de la pared para obtener el área que efectivamente resiste el cortante [15].

$$\sum_{i=1}^n A_{y,i} * \sigma_{y,i} = N \tag{Ec. 5}$$

$$\sum_{i=1}^n A_{y,i} [\chi(\tau_{xy,i})(1 - c)h - x_i * \sigma_{y,i}] = M \tag{Ec. 6}$$

$$\sum_{i=1}^n A_{x,i} * \sigma_{x,i} = 0 \tag{Ec. 7}$$

La condición de equilibrio del cortante que actúa sobre el resorte horizontal se define como sigue:

$$\sum_{i=1}^n \chi * A_{y,i} * \tau_{xy,i} = V \tag{Ec. 8}$$

Donde: $A_{x,i}$ =área de cada panel en la dirección x, $A_{y,i}$ =área de cada panel en la dirección y, $\sigma_{x,i}$ = esfuerzo axial promedio de cada panel en la dirección x, $\sigma_{y,i}$ = esfuerzo axial promedio de cada panel en la dirección y, $\tau_{xy,i}$ = esfuerzo cortante promedio de cada panel en el plano x-y, x_i = posición del panel i; N, M, V= acciones externas aplicadas a la pared según lo definido anteriormente.

Con el objetivo de transformar las deformaciones de las ecuaciones 1 hasta la 3 en los esfuerzos aplicables en las ecuaciones 5 hasta la 8, se hace uso del MCFT, evaluando cada panel por separado. Para cada panel individual, suponiendo que el acero de refuerzo solo resiste esfuerzos axiales (se desprecian los esfuerzos de corte por efecto dovela en las grietas), a partir del estado de esfuerzos de cada elemento, las condiciones de equilibrio se pueden expresar como sigue (fig. 6):

$$\sigma_x = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha + \rho_x \sigma_{sx} \tag{Ec. 9}$$

$$\sigma_y = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha + \rho_y \sigma_{sy} \tag{Ec. 10}$$

$$\tau_{xy} = (\sigma_1 - \sigma_2) \sin \alpha \cos \alpha \tag{Ec. 11}$$

Donde: α = ángulo de inclinación de los ejes de esfuerzos principales con respecto al sistema de coordenadas x-y; ρ_x y ρ_y cuantía de refuerzo en las direcciones x e y; σ_1 y σ_2 los esfuerzos principales promedio en la mampostería; σ_{sx} y σ_{sy} = los esfuerzos axiales promedio en el acero.

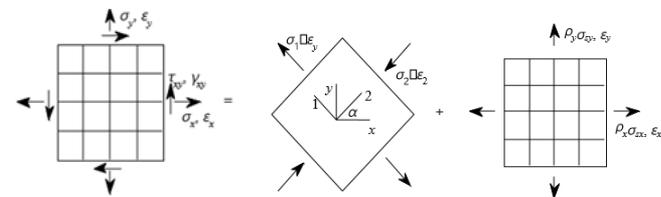


Fig. 6 Estado de esfuerzos del elemento de mampostería reforzada y representación gráfica como la suma de las contribuciones de la mampostería y del acero de refuerzo. Tomado de Colotti [2001: p. 39].

De forma similar, a partir del Círculo de Mohr, la deformación total del elemento de concreto reforzado se puede describir en términos de las deformaciones principales.

$$\varepsilon_x = \varepsilon_1 \sin^2 \alpha + \varepsilon_2 \cos^2 \alpha \quad (\text{Ec. 12})$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_1 \cos^2 \alpha + \varepsilon_2 \sin^2 \alpha \quad (\text{Ec. 13})$$

$$\gamma_{xy} = 2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \sin \alpha \cos \alpha \quad (\text{Ec. 14})$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{\gamma_{xy}}{(\varepsilon_y - \varepsilon_x)} \quad (\text{Ec. 15})$$

La formulación del MCFT requiere el conocimiento de la interacción entre los esfuerzos y las deformaciones de los materiales que constituyen cada panel; para este caso, el acero y la mampostería. Debido a que se predice el comportamiento no lineal de cada panel, es necesario recurrir a ecuaciones que representen el comportamiento de cada material, tanto para el rango elástico como inelástico. Para el presente estudio, estas ecuaciones son conocidas como relaciones constitutivas del material.

C. Relaciones constitutivas

1. Acero

Para representar el comportamiento del acero, tanto en compresión como en tensión, se idealiza mediante un modelo bilinear simplificado definido por las siguientes expresiones:

$$\sigma_s = E_s * \varepsilon_s; \quad \varepsilon_s \leq \varepsilon_{s0} \quad (\text{Ec. 16})$$

$$\sigma_s = \sigma_{s0} + bE_s(\varepsilon_s - \varepsilon_{s0}); \quad \varepsilon_{s0} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su} \quad (\text{Ec. 17})$$

Donde: σ_s , ε_s son el esfuerzo y deformación en el acero, respectivamente; E_s es el módulo de elasticidad del acero; σ_{s0} , ε_{s0} esfuerzo y deformación de fluencia, respectivamente; ε_{su} deformación última del acero y b es el cociente de endurecimiento por deformación [16, 5]. La curva esfuerzo-deformación obtenida se presentada en la figura 7.

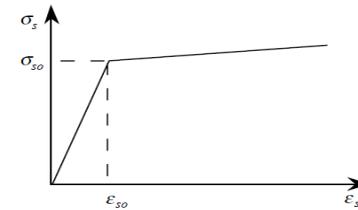


Fig. 7 Curva esfuerzo-deformación que representa la relación constitutiva del acero. Tomado de Colotti [2001: p. 40].

2. Mampostería en compresión

Debido a que la mampostería no es un material homogéneo ni isotrópico, es decir, su comportamiento es distinto en diferentes direcciones, es necesario describir por separado su comportamiento cuando está sometido a cargas de compresión y de tensión. En la representación del comportamiento de la mampostería bajo esfuerzos de compresión se adopta el modelo propuesto por Priestley y Elder (1983) [17] para mampostería reforzada, que modifica la curva monotónica Kent-Park para concreto reforzado. Las ecuaciones 18-20 muestran la relación constitutiva en sus tres regiones distintas, según como se muestra en la figura 8.

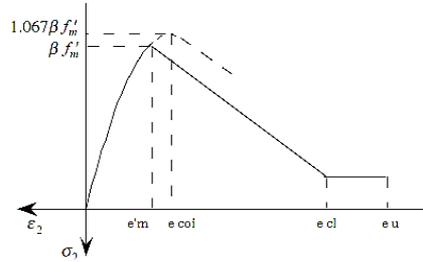


Fig. 8 Curva esfuerzo-deformación de la mampostería en compresión. Tomado de Colotti [2001: p. 40].

$$\sigma_2 = 1.067\beta f'_m \left[\frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_{coi}} - \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{coi}} \right)^2 \right]; \text{ si } \varepsilon_2 \leq \varepsilon'_m \quad (Ec. 18)$$

$$\sigma_2 = \beta f'_m [1 + Z_m(\varepsilon_2 - \varepsilon'_m)]; \text{ si } \varepsilon'_m \leq \varepsilon_2 \leq \varepsilon_{cl} \quad (Ec. 19)$$

$$\sigma_2 = 0.2f'_m; \text{ si } \varepsilon_{cl} \leq \varepsilon_2 \leq \varepsilon_u \quad (Ec. 20)$$

Donde: $\varepsilon'_m = 0.0015$, equivalente a la deformación que corresponde al esfuerzo máximo de la mampostería (f'_m) corregido por expansión lateral del mortero en el caso de concreto no confinado. $\varepsilon_{coi} = 0.002$, equivalente a la deformación correspondiente a f'_m si no se tuviera que corregir por la expansión lateral del mortero. Corresponde al valor original propuesto por Kent y Park (1971). ε_{cl} es equivalente a la deformación que corresponde a un esfuerzo igual al 20% de f'_m , en la región de caída. $\varepsilon_u = 0.01$, equivalente a la deformación última de la mampostería en compresión.

Además,

$$Z_m = \frac{0.5}{3 + 0.29 \frac{f'_m}{145f'_m - 1000} - \varepsilon_{coi}} \quad (Ec. 21)$$

$$\beta = \frac{1}{0.8 - 0.34 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon'_m}} \leq 1.0 \quad (Ec. 22)$$

Donde: Z_m corresponde a la pendiente de caída de la región 2 propuesta por Priestley y Elder (1983) [17] y simplificada para el caso de mampostería no confinada, β es el parámetro mencionado de pérdida de resistencia por esfuerzos biaxiales propuesto por Vecchio y Collins (1986) [8], y ε_1 es la deformación correspondiente en tensión.

3. Mampostería en tensión

Para describir la relación esfuerzo-deformación de la mampostería en tensión, se adopta un modelo exponencial, según lo recomendado por Gupta y Maestrini (1990) (fig.9) [18]:

$$\sigma_1 = E_m * \varepsilon_1, \text{ si } 0 \leq \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{cr} \quad (Ec. 23)$$

$$\sigma_1 = f'_t \exp[-C(\varepsilon_1 - \varepsilon_{cr})], \text{ si } \varepsilon_1 > \varepsilon_{cr} \quad (Ec. 24)$$

Donde: σ_1, ε_1 = esfuerzos y deformaciones en tensión, respectivamente; f'_t, ε_{cr} = esfuerzo y deformación de agrietamiento de la mampostería bajo tensión uniaxial; C = parámetro de daño que refleja el efecto de endurecimiento por tensión; E_m = Módulo de elasticidad de la mampostería.

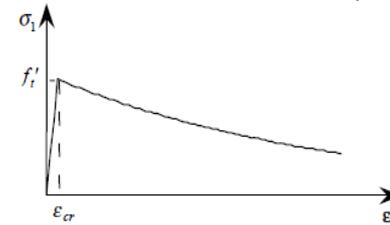


Fig. 9 Curva esfuerzo-deformación de la mampostería en tensión. Tomado de Colotti [2001: p. 40].

D. Método numérico de solución

Las ecuaciones presentadas anteriormente gobiernan el comportamiento de la pared de mampostería bajo cargas aplicadas paralelas a su plano. La solución de estas ecuaciones para distintos valores de δ provee la respuesta en la forma de una curva esfuerzo-deformación para cualquier estado de la pared. Debido a que el problema es no lineal, es necesario iterar las ecuaciones para encontrar su solución. En la metodología explicada a continuación, cada elemento uniaxial (panel) dentro del modelo es denotado por (i). El procedimiento se resume de la siguiente manera [7]:

- Primero se busca estimar las componentes de desplazamiento del modelo entero, y con ello las deformaciones específicas para cada uno de los paneles. Se selecciona un valor de desplazamiento horizontal δ para el cual se trabajará. Este valor será utilizado como el parámetro de iteración por conveniencia.
- Se estiman los valores de las demás componentes de desplazamiento del modelo u , v , ϕ , para satisfacer las condiciones de equilibrio. Para ello se deberá iterar hasta encontrar la combinación adecuada que satisface el equilibrio del modelo.
- Haciendo uso de las ecuaciones 1, 2, 3 y 4, derivadas del MVLEM se procede a calcular las deformaciones de cada elemento uniaxial (panel) ϵ_x , $\epsilon_{y,i}$, γ_{xy} , y el ángulo de inclinación α . Se supone que el mismo ángulo de inclinación aplica para las direcciones principales tanto de esfuerzos como de deformaciones.
- Con estas deformaciones, se calculan los esfuerzos principales ϵ_1 , ϵ_2 de cada panel a partir de las ecuaciones 12 y 13, derivadas de la MCFT.
- Se utilizan las relaciones constitutivas de los materiales (mampostería y acero de refuerzo) para encontrar los esfuerzos de la mampostería en sus direcciones principales σ_1 , σ_2 y los esfuerzos del acero σ_x , σ_y en las direcciones x – y (suponiendo que en estos sentidos se encuentra el acero de refuerzo, y que, debido a la adherencia entre el acero de refuerzo y el concreto en la mampostería, las deformaciones unitarias en el concreto son iguales a las deformaciones unitarias en el acero) (Ecuaciones 16-24).
- Se calculan los esfuerzos promedio en la mampostería en las direcciones x - y , haciendo uso de las ecuaciones 9 y 10, derivadas de la MCFT.
- Se verifica el equilibrio global según las ecuaciones 5-7 para cada panel (i), hasta que de las ecuaciones se obtenga un resultado que sea menor que la tolerancia para el valor especificado de δ . Si el equilibrio no se da, se regresa al paso 2, actualizando los valores de u , v , ϕ hasta satisfacer estas condiciones de equilibrio. Los valores de u , v , ϕ se actualizan en este estudio utilizando el método de iteración presentado en el siguiente apartado.
- Si el equilibrio es satisfecho, se calcula el esfuerzo cortante de la ecuación 11 y la fuerza cortante resultante de la ecuación 8.
- Por último, se elige un nuevo valor de δ para empezar los pasos de nuevo. Se eligen valores hasta obtener la curva esfuerzo-deformación deseada.

III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Con el objetivo de verificar el grado de validez del modelo, se comparan los resultados de ensayos previos hechos a paredes de mampostería reforzada integralmente, sujeta a cargas paralelas al plano, con los resultados que predice el modelo propuesto. Se incluyen paredes con diferentes características geométricas y mecánicas, con variaciones en la relación de aspecto, las cuantías de refuerzo, y las propiedades mecánicas de los materiales. Además, se profundiza en la comprensión del modelo a través de un estudio sobre la sensibilidad de la predicción a los diferentes parámetros que se involucran. La pared BC-MMR corresponde al proyecto denominado “Mejoramiento de la tecnología para la construcción y difusión de la vivienda popular sismo-resistente” (TAISHIN) [19]. La pared 1 y pared 6 mostradas pertenecen a las investigaciones realizadas por Shedid, Drysdale y El-Dakhakni (2008) denominadas “Ductility of Reinforced Concrete Masonry Shear Walls Under Seismic Loading” [20] y “Analysis of Seismic Response of Fully Grouted Reinforced Concrete Masonry Shear Walls” [21]. La pared HCBL-20, se toma de la investigación experimental sobre la resistencia sísmica de las paredes de mampostería reforzada realizada en la Universidad de California, Berkeley (Sveinsson et al., 1985) [22]. La Tabla I presenta un resumen de las características de cada pared modelada.

TABLA I. CARACTERÍSTICAS PROPIAS DE LAS PAREDES MODELADAS

Nombre	BC-MMR	PARED 1	PARED 6	HCBL-20
Dimensiones (h x l x t, cm)	300x300 x10	360x180 x19	360x180 x19	142.2x121.9 x14.3
Relación entre el claro de corte y la altura de la pared (M/VI)	1.00	2.00	2.00	0.58
Cuantía de refuerzo horizontal, ρ_h (%)	0.06%	0.08%	0.08%	0.20%
Cuantía de refuerzo vertical, ρ_v (%)	0.14%	0.29%	0.29%	0.45%
Cuantía de refuerzo vertical en el elemento de borde (%)	0.40%	0.29%	0.29%	0.45%
Esfuerzo de Fluencia Vertical, f_y (kg/cm ²)	3402.00	5100.00	5100.00	3985.73
Esfuerzo de Fluencia Horizontal (kgf/cm ²)	3402.00	5100.00	5100.00	4505.61
Esfuerzo máximo de compresión de la mampostería, f'_m (kgf/cm ²)	95.07	150.87	150.87	168.20
Carga Vertical, N (kgf)	0.00	0.00	52293.58	49043.00

Se desarrolló un programa computacional para implementar el método numérico expuesto anteriormente. Para poder evaluar la predicción del modelo, los parámetros que lo caracterizan fueron mantenidos constantes para todas las paredes. Estos valores son resumidos en la Tabla II. El parámetro “c” toma el valor de 0.33, cuando la condición de borde permite rotación libre en el extremo superior (en voladizo), y un valor de 1

cuando existe una restricción al giro en ambos extremos. Se define además “n” como la cantidad de fibras en las que se divide el modelo.

TABLA II. PARÁMETROS CONSTANTES EN EL MODELO

c	0,33-1
C	250
$f't$ (kgf/cm ²)	0,05*f'm
E_s (kgf/cm ²)	2020000
E_m (kgf/cm ²)	2*f'm/ ϵ_0
χ	7/8
b	0,01
n	6

Las figuras 10-13 muestran una comparación entre los datos experimentales obtenidos para cada pared y la predicción del modelo matemático. La figura 10 demuestra que el modelo fue capaz de predecir con una buena precisión la respuesta general de la pared BC-MMR. Se destaca la predicción de la parte con mayor rigidez de la curva, y de la resistencia máxima (cercana al 2% de error). Por otro lado, se observa una disminución de la precisión del modelo en el tramo posterior al punto de fluencia general de la pared. Esta falta de precisión puede deberse a diversos factores, tales como la migración del centro de rotación y la relativamente baja relación de aspecto de la pared ($M/Vl=1$). La figura 11 muestra una clara sobreestimación de la predicción de la resistencia de la pared 1.

Esta sobreestimación, que se vuelve mayor cuanto mayor es el desplazamiento, se le puede atribuir a dos factores importantes: la degradación de la resistencia debido a los ciclos de carga y descarga, ya que el resultado experimental que se muestra es la curva envolvente de la histéresis obtenida; y la

migración del centro de rotación como consecuencia de la fluencia del acero de refuerzo y la concentración de deformaciones en la zona baja de la pared debido a la condición de voladizo de la pared. Esta última consideración ha demostrado ser muy importante en diversos ensayos.

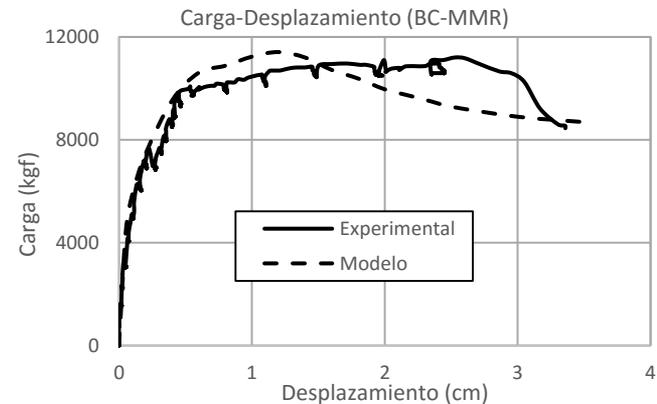


Fig. 10 Curva carga-desplazamiento de las predicciones del modelo matemático y los datos experimentales de la pared BC-MMR.

A pesar de que la pared 6 fue construida con las mismas características que la pared 1, en la figura 12 se puede notar que la resistencia máxima alcanzada por la pared 6 es mucho mayor que la alcanzada por la pared 1. Asimismo, la predicción del modelo es mucho más precisa, presentando una sobreestimación de un 8%, coherente con lo esperado por la degradación de la resistencia debido a los ciclos de carga y descarga. Esto se debe a que la carga vertical que actúa sobre la pared 6 ejerce una cierta restricción a la rotación, de manera que la falla por flexión se alcance hasta mucho después. Al mismo tiempo, este efecto provoca que el centro de rotación

no migre demasiado aún en la zona no lineal, y la predicción sea mucho más precisa en todo el rango de deformaciones.

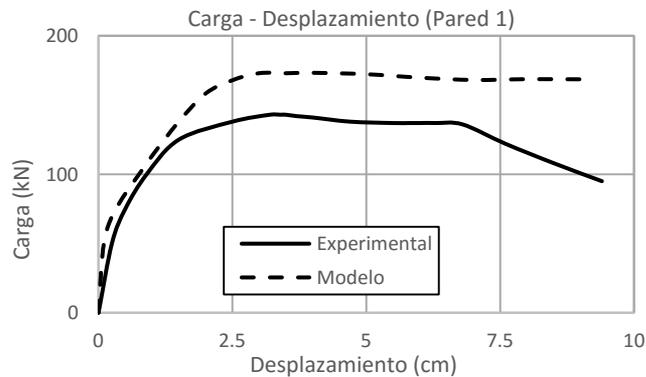


Fig. 11 Curva carga-desplazamiento del modelo matemático y de los datos experimentales de la pared 1.

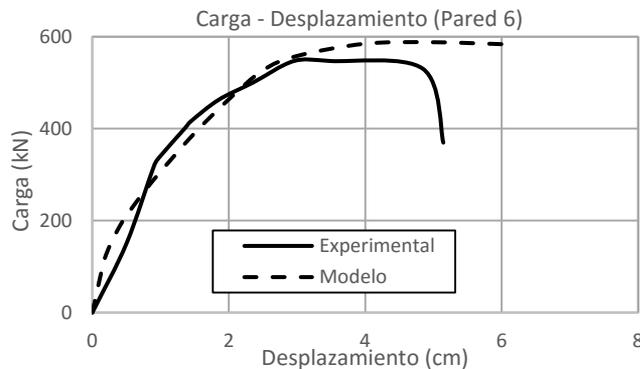


Fig. 12 Curva carga-desplazamiento del modelo matemático y de los datos experimentales de la pared 6.

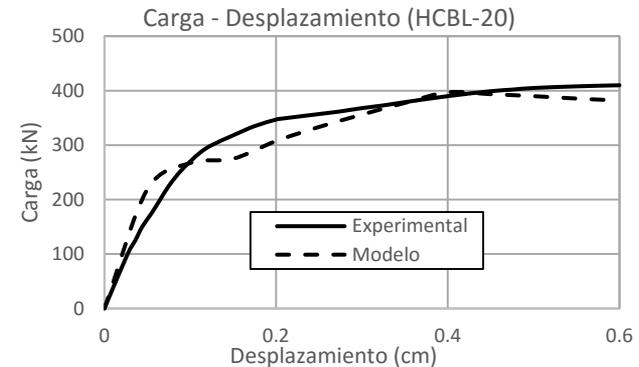


Fig. 13 Curva carga-desplazamiento del modelo matemático y de los datos experimentales de la pared HCBL-20.

La pared HCBL-20, mostrada en la figura 13, no permite la rotación en ninguno de los dos extremos. Esto provoca que la relación entre el claro de corte y la altura de la pared sea menor a 1. En específico, esta relación se estima en 0.58. Debido a esto, la validez de la hipótesis Bernoulli-Navier se cuestiona, y la suposición del modelo de que hay cero esfuerzos transversales resultantes para cada fibra resulta falsa, especialmente para los lugares cercanos a los bordes inferior y superior de la pared [23]. Debido a la suposición de cero esfuerzos transversales resultantes en cada fibra, se espera una subestimación general en la resistencia de la pared ante las cargas laterales. Sin embargo, en este estudio, la predicción del modelo matemático se asemeja con cierta precisión a los resultados experimentales, llegando a obtener un margen de error de la carga máxima menor al 3%. Tal y como fue planteado en Whyte y Stojadinovic (2013) [23], quienes obtuvieron buenas correlaciones en sus paredes cortas a pesar de hacer las mismas suposiciones, esto

se puede deber a la cantidad de ciclos de carga y descarga que pueden haber degradado mucho la resistencia de la pared, acercándose de esta manera a la subestimación predicha por el modelo.

IV. CONCLUSIONES

- El modelo propuesto es capaz de predecir la respuesta de las paredes con muy buena precisión respecto a los resultados obtenidos tras las pruebas experimentales. Sin embargo, el grado de precisión es principalmente dependiente de la correcta calibración de los parámetros del modelo. Para utilizar el modelo con buena precisión se requiere investigar las relaciones constitutivas de cada material utilizado mediante suficientes ensayos de laboratorio, de manera que se logre una correcta estimación de los parámetros que dan forma a sus relaciones constitutivas.
- El modelo implementado en este estudio relaciona la respuesta de la pared directamente al comportamiento físico y mecánico de los elementos uniaxiales; es decir, variables analíticas sobre las que se tiene más control de su significado e influencia, sin incorporar variables que se deriven de relaciones empíricas.
- Se debe tener en cuenta que el modelo ha sido propuesto para el análisis de una pared sometida a cargas monotónicas, no cíclicas. Debido a que no tomará en cuenta la degradación de la resistencia debido a los ciclos de carga y descarga que sí se presentan en el caso de las cargas cíclicas, el modelo tenderá a presentar una sobreestimación general de la resistencia de la pared. Además de esto, el modelo no contempla el efecto de

diferentes mecanismos de deformación que pueden afectar el comportamiento general de la pared, especialmente cuando las relaciones de aspecto son menores a 1.

La incorporación del acoplamiento de los efectos que causan la flexión y el corte actuando simultáneamente muestra una mejora significativa en la capacidad de predicción del MVLEM. Sin embargo, el modelo está lejos de ser perfecto. Es necesario continuar las investigaciones de los diferentes mecanismos de deformación y de las diferentes variables no consideradas en este estudio, de tal manera que se pueda proveer una predicción precisa de la respuesta de una pared ante cualquier tipo de carga, independientemente de la geometría y características mecánicas de la misma. La implementación de estos avances resultaría en un modelo mucho más sofisticado que tendría la capacidad de predecir el comportamiento de cualquier pared de una manera analítica. Este conocimiento es crucial para elaborar diseños más seguros y eficientes, actualizar códigos y aplicar diseños basados en el desempeño.

V. REFERENCIAS

- [1] ALFARO MÉNDEZ, A. (2010). *Diseño de estructuras de mampostería*. San Salvador: UCA Editores.
- [2] PUGLISI VILLAMEDIANA, M. (2007). *Modelo del comportamiento de la mampostería confinada basada en la teoría de daño*. Universidad de Los Andes. Venezuela.
- [3] KABEYASAWA, T., SHIOHARA, H., OTANI, S. y AOYAMA, H. (1983). *Analysis of the Full-scale Seven-story Reinforced Concrete Test Structure*. Universidad de Tokyo, Japón.
- [4] VULCANO, A., BERTERO, V. y COLOTTI, V. (1988). *Analytical Modeling of R/C Structural Walls*. Proceedings of Ninth World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo-Kyoto, Japón.
- [5] MAIER, J.; THÜRLMANN, B. (1985). *Bruchversuche an Stahlbetonscheiben*. ETH Zürich, Suiza.
- [6] COLOTTI, V. (1993). *Shear Behavior of RC Walls*. Journal of Structural Engineering, ASCE, 119(3), p. 728-746.
- [7] COLOTTI, V. (2001). *Modeling of Flexural and Shear Response in Reinforced Masonry Walls Under Seismic Loading*. Universidad de Calabria. Italia.
- [8] VECCHIO, F. y COLLINS, M. (1986). *The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear*. ACI Journal: March-April 1986. P. 219-231.
- [9] ORAKÇAL, K., WALLACE, J. y CONTE, J. (2004). *Analytical Modeling of Reinforced Concrete Walls for Predicting Flexural and Coupled-Shear-Flexural Responses*. California: PEER Report.
- [10] ORAKÇAL, K., WALLACE, J. y MASSONE, L. (2006). *Flexural Modeling of Reinforced Concrete Walls - Model Attributes*. ACI Structural Journal/September-October 2004. P. 688-698.
- [11] PETRANGELI, M., PINTO, P. y CIAMPI, V. (1999). *Fibre Element for Cyclic Bending and Shear. I: Theory*. ASCE Journal of Engineering Mechanics. September 1999. P. 994-1001.
- [12] KOLOZVARI, K. (2013). *Numerical Modelling and Capacity Desing of Earthquake - Resistant Reinforced Concrete Walls*. University of California, Los Angeles.
- [13] BAŽANT, ZDENĚK P. y CEDOLIN, L. (2010). *Stability of Structures: Elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theories*.
- [14] MASSONE, L., ORAKÇAL, K. y WALLACE, J. (2006). *Shear-Flexure Interaction for Structural Walls*. ACI Structural Journal, Vol. 236, P. 127-150.
- [15] MATSUMURA, A. (1988). *Shear Strength of Reinforced Masonry Walls. Analytical Modeling of R/C Structural Walls*. Proceedings of Ninth World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo-Kyoto, Japón.
- [16] BRUNEAU, M. (2011). *Ductile Design of Steel Structures*. 2nd edition.
- [17] PRIESTLEY, M. y ELDER, D. (1983). *Stress-Strain Curves for Unconfined and Confined Concrete Masonry*. ACI Journal/May-June 1983.
- [18] GUPTA, A. y MAESTRINI, S. (1990). *Tension-Stiffness Model for Reinforced Concrete Bars*. Journal of Structural Engineering, Vol. 116, No. 3, March, 1990. P. 769-790.

- [19] MERLOS, R., VENTURA, E., MÉNDEZ, P., AYALA, N., GUTIÉRREZ, M., ESCOBAR, C., ORTIZ, A. y GUEVARA, N. (2008). *Informe de resultados de la investigación del sistema constructivo bloque de concreto con refuerzo integral del proyecto de cooperación técnica: "Mejoramiento de la tecnología para la construcción y difusión de la vivienda popular sismo-resistente" (TAISHIN)*. El Salvador.
- [20] SHEDID, M., DRYSDALE, R. y EL- DAKHAKHNI, W. (2008). *Ductility of reinforced concrete masonry shear walls under seismic loading*. 14th World Conference on Earthquake Engineering. Beijing, China.
- [21] SHEDID, M., DRYSDALE, R. y EL- DAKHAKHNI, W. (2008). *Analysis of Seismic Response of Fully Grouted Reinforced Concrete Masonry Shear Walls*. 14th World Conference on Earthquake Engineering. Beijing, China.
- [22] SVEINSSON, B.I., McNIVEN, H. D. y SUCUOGLU, H. (1985). *Cyclic loading test of masonry single piers*. University of California, Berkeley.
- [23] WHYTE, C. y STOJADINOVIC, B. (2013). *Hybrid Simulation of the Seismic Response of Squat Reinforced Concrete Shear Walls*. University of California, Berkeley; ETH Zürich, Suiza. PEER 2013/02. May 2013.